БЕЗКОШТОВНИЙ ЗРАЗОК УРОКУ

Математичний маятник

Вступний комплект «Коливання»

01 Математичний маятник
Математичний маятник · 45 min

Робочі аркуші для учнів | Посилання на експерименти | Запитання для прогнозування | Таблиці даних | Пояснення відповідей | Посібник для вчителя

© 2026 PSL · Physics Simulations Lab · pslsimulations.com. Ліцензія для одного вчителя: ви можете друкувати ці сторінки та ділитися ними зі своїми учнями, зокрема на захищеній паролем сторінці класу. Будь ласка, не публікуйте їх у відкритому доступі й не передавайте іншим учителям. Симуляціями можна користуватися безкоштовно будь-коли.

Українська · Переклад із використанням машинних засобів. Еталонне видання — англійською мовою.

Урок 1 · Робочий аркуш для учня · Математичний маятник

Симуляція: Математичний маятник **Час:** приблизно 45 min **Рівень:** 9–12 класи · вступний курс закладу вищої освіти

Ім'я Дата Клас

Відкрийте експеримент: у PSL знайдіть «Simple pendulum» (математичний маятник).
pslsimulations.com/#/lab/mechanics-lab/pendulum

Навчальні цілі

- Виміряти залежність періоду коливань маятника від його довжини.
- Знайти початковий кут відхилення, за якого формула для малих кутів $T = 2\pi\sqrt{(L/g)}$ перестає бути точною.

Період коливань маятника T — це час одного повного коливання туди й назад. Для малих коливань фізична теорія передбачає $T = 2\pi\sqrt{(L/g)}$, де L — довжина, а $g = 9.81\ m/s^2$. Симуляція відображає цей «період для малих кутів» як числовий показник, але насправді моделює повні коливання за будь-якого кута. Ваше завдання — з'ясувати, коли цей показник перестає відповідати дійсності.

Елементи керування, якими ви користуватиметеся: Довжина (0.5–3 m) · Початковий кут відхилення (5–150°) · показник: Період для малих кутів

1 · Спрогнозуйте

Перш ніж почати працювати із симуляцією

P1 Якщо збільшити довжину маятника в 4 рази, його період…

☐ залишиться незмінним ☐ подвоїться ☐ збільшиться в 4 рази ☐ зменшиться вдвічі

Наскільки ви впевнені? ① ② ③ ④ ⑤ (1 = здогадуюся, 5 = цілком впевнений/впевнена)

P2 Чи змінює початковий кут відхилення період коливань? Спрогнозуйте період за кутів 10° і 120° для маятника завдовжки 1.5 m.

P3 Як ви гадаєте, приблизно за якого кута похибка формули перевищить 5%?

2 · Дослідіть

Змінюйте лише одну величину за раз

Частина A · Довжина

1. Установіть кут початкового відхилення 10°. Залиште швидкість відтворення 1×.
2. Для кожної довжини зчитайте період у наближенні малих кутів, потім виміряйте секундоміром час 5 повних коливань і поділіть його на 5.

Довжина L (m)	Показ T (s)	Час 5 коливань (s)	Виміряний T (s)	T^2 (s^2)
0.5				
1.0				
1.5				
2.0				
3.0				

Частина B · Кут

1. Установіть довжину 1.5 m. Індикатор має показувати 2.46 s.
2. Для кожного кута початкового відхилення виміряйте час 5 повних коливань і визначте виміряний період. Потім знайдіть відсоткову різницю: (measured − 2.46) ÷ 2.46 × 100.

Кут початкового відхилення	Час 5 коливань (s)	Виміряний T (s)	Відмінність від 2.46 s у %
10°			
35°			
60°			
90°			
120°			
150°			

3 · Поясніть

Використайте свої дані

E1 Використайте дані з частини A: що сталося з періодом, коли довжина змінилася з 0.5 m до 2.0 m (збільшилася в 4 рази)? Чи справдився ваш прогноз P1?

E2 Побудуйте графік залежності T^2 від L. Опишіть графік і визначте його кутовий коефіцієнт. Використайте slope = $4\pi^2/g$, щоб обчислити g.

E3 За даними частини B, за якого кута виміряний період уперше відрізнявся від показу індикатора більш ніж на 5%?

E4 Формула ґрунтується на припущенні sin θ ≈ θ. Поясніть, чому період коливань маятника, відпущеного з великого кута відхилення, більший, ніж передбачає формула.

ПІДСУМКОВЕ ЗАВДАННЯ

Підлоговий годинник має маятник завдовжки 1.0 m. (a) Обчисліть його період. (b) Якщо штовхнути маятник так, щоб він коливався з більшою амплітудою, годинник поспішатиме чи відставатиме? Чому?

Урок 1 · Посібник для вчителя · Математичний маятник

Симуляція: Математичний маятник **Час:** приблизно 45 min
Математика: Алгебра, квадратні корені (побудова графіків — за бажанням)

Посилання на експеримент: pslsimulations.com/#/lab/mechanics-lab/pendulum

Огляд

Учні підтверджують $T \propto \sqrt{L}$, а потім виявляють, що знайома формула є наближенням, яке не працює для коливань із великою амплітудою. Симуляція інтегрує повне нелінійне рівняння $d^2\theta/dt^2 = -(g/L)\sin\theta$, тому виміряні періоди за великих кутів справді довші за покази індикатора. Коливання відбуваються в реальному часі на швидкості 1×: ми виміряли 2.47 s за кута 10° і 3.37 s за кута 120° для L = 1.5 m.

Перед уроком

Відкрийте симуляцію один раз перед уроком. Учням потрібен секундомір (підійдуть телефони). Зручно працювати в парах: один учень запускає рух кнопкою «Скинути» (Reset), інший вимірює час.

Поширені хибні уявлення

- Важчі тягарці маятника коливаються швидше. (Маса не входить до формули; у симуляції використано матеріальну точку.)
- Подвоєння довжини подвоює період. (Воно збільшує період у $\sqrt{2} \approx 1.41$ раза.)
- Амплітуда ніколи не має значення. (За великих кутів вона має значення — саме цьому присвячено частину B.)

Відповіді з поясненнями

P1

Подвоїться. $T \propto \sqrt{L}$, тому збільшення довжини в 4× дає збільшення періоду в $\sqrt{4} = 2$×.

P2

За 10° період становить приблизно 2.46 s, як і на індикаторі. За 120° він становить приблизно 3.37 s, тобто приблизно на 37% довший.

P3

Прийміть будь-який обґрунтований прогноз. Порівняйте його з результатами дослідів у частині B.

Частина A

Покази: 0.5 m → 1.42 s, 1.0 m → 2.01 s, 1.5 m → 2.46 s, 2.0 m → 2.84 s, 3.0 m → 3.47 s. Виміряні значення мають збігатися з ними в межах приблизно 0.1 s. T^2 має значення: 2.01, 4.03, 6.04, 8.05, 12.1 s^2.

Частина B

Очікувані виміряні періоди за L = 1.5 m: 10° → 2.46 s (+0.2%), 35° → 2.52 s (+2.4%), 60° → 2.64 s (+7.3%), 90° → 2.90 s (+18%), 120° → 3.37 s (+37%), 150° → 4.33 s (+76%).

E1

Період подвоївся (1.42 s → 2.84 s). Збільшення довжини вчетверо подвоює період, оскільки $T \propto \sqrt{L}$.

E2

Пряма через початок координат, кутовий коефіцієнт ≈ 4.0 s^2/m. $g = 4\pi^2 \div 4.02 \approx 9.8$ m/s^2. Значення, отримані учнями з відхиленням у межах приблизно 5%, є прийнятними.

E3

Серед перевірених кутів 60° — перший, для якого розбіжність перевищує 5%: при 35° вона становить 2,4%, а при 60° — 7,3%.

E4

Відновлювальна сила дорівнює $mg\sin\theta$. За великих кутів $\sin\theta$ помітно менший за θ ($\sin 90° = 1$, тоді як 90° = 1.57 rad), тому сила, що повертає маятник до центра, слабша, ніж передбачає формула. Слабша відновлювальна сила означає повільніше повернення та довший період.

Вихід

(a) $T = 2\pi\sqrt{(1.0/9.81)} \approx 2.01$ s. (b) Відставатиме. Коливання з більшою амплітудою мають довший період, тому маятник здійснює менше коливань за годину й годинник відстає.

Додаткове завдання

У симуляції g зафіксовано на рівні 9.81 m/s^2, тому вона не може безпосередньо відтворити умови іншого небесного тіла. Запропонуйте учням за формулою обчислити період маятника завдовжки 1.5 m на Місяці (g = 1.62 m/s^2): $T = 2\pi\sqrt{(1.5/1.62)} \approx 6.05$ s, приблизно в 2.5 раза довший, ніж на Землі.

Диференціація навчання

Підтримка: надайте заздалегідь заповнений стовпець T^2 і пропустіть визначення кутового коефіцієнта. Ускладнене завдання: порівняйте результати частини B з розкладом у ряд $T \approx T_0(1 + \theta_0^2/16)$, де θ_0 виражено в радіанах, і визначте, коли це наближення перестає бути придатним.

Вступний комплект «Коливання» / Тематичний комплект «Коливання та хвилі»

Вступний комплект «Коливання» · 19 USD

- Математичний маятник
- Резонанс під час вимушених коливань пружинного маятника
- Зв’язані маятники та передача енергії

Тематичний комплект «Коливання та хвилі» · 49 USD

- Математичний маятник
- Резонанс під час вимушених коливань пружинного маятника
- Зв’язані маятники та передача енергії
- Стоячі хвилі на струнах і в трубах
- Резонансні візерунки на барабані
- Фігури Хладні та симетрія

Підсумкове оцінювання з теми + відповіді · 12 запитань

Двотижневий календарний план і список термінів